

## МАГНЕТИЗМ

### Негізгі заңдар мен формулалар

5.1.1 Магнит өрісінің индукциясы мен кернеулігінің арасындағы байланыс

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

5.1.2 Ампер заңы

$$d\vec{F} = [Id\vec{l}, \vec{B}]$$
$$dF = IdlB \sin \alpha$$

5.1.3 Био-Савара-Лаплас заңы

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{[Id\vec{l}, \vec{r}]}{r^3},$$
$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

5.1.4 Магнит өрісінің индукциясы:

а) дөңгелек ток центріндегі

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}$$

б) тогы бар шексіз ұзын түзу өткізгіш үшін

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi R}$$

в) тогы бар өткізгіштің бөлігі үшін

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

г) шексіз ұзын солденоид пен тороид үшін

$$B = \mu_0 \mu n I$$

5.1.5 Тогы бар контурдың магнит моменті

$$p_m = IS \quad \text{немесе} \quad \vec{p}_m = IS\vec{n}$$

### 5.1.6 Магнит өрісіндегі тогы бар контурға әсер ететін механикалық момент

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$
$$M = p_m B \sin \alpha$$

### 5.1.7 Лоренц күші

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}]$$
$$F_L = qvB \sin \alpha$$

### 5.1.8 Лоренц формуласы

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$$

### 5.1.9 Магнит ағыны

а) жалпы түрі

$$\Phi_m = \int_{(S)} (\vec{B}, d\vec{S}) = \int_{(S)} B dS \cos \alpha$$

б) біртекті магнит өрісіндегі жазық бет үшін

$$\Phi_m = BS \cos \alpha$$

### 5.10 Тогы бар өткізгішті (контурды) магнит өрісінде тасмалдағанда істелінетін жұмыс

$$A = I \Delta \Phi_m$$

### 5.11 Электромагниттік индукцияның негізгі заңы

$$\mathcal{E}_I = -N \frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d\psi_m}{dt}$$

### 5.12 Ағын ілінісі

$$\psi_m = N\Phi_m$$

### 5.13 Соленоидтың ағын ілінісі

$$\psi_m = LI$$

### 5.14 Соленоидтың индуктивтілігі

$$L = \mu_0 \mu n^2 l S$$

### 5.15 Өздік индукцияның электр қозғаушы күші

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}$$

### 5.16 Магнит өрісінің энергиясы

$$W_m = \frac{LI^2}{2}$$

### 5.17 Магнит өрісі энергиясының көлемдік тығыздығы

$$W_m = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}$$

## 5.2 Есеп шығару үлгісі

5.2.1 **1 есеп.** Бойларынан бір бағытта  $I=60\text{А}$  ток жүріп тұрған екі шексіз ұзын түзу  $D$  және  $C$  өткізгіштері бір-бірінен  $d=10\text{см}$  қашықтықта орналасқан. Бірінші өткізгіштен  $r_1 = 5\text{см}$ , екінші өткізгіштен  $r_2 = 12\text{см}$  қашықтықта орналасқан  $A$  нүктесіндегі (5.1 суретті қара) тогы бар өткізгіштер тудырған магнит өрісінің  $\vec{B}$  индукциясын анықтаңыздар.

*Берілгені:*

$$I_1 = I_2 = I = 60\text{А}$$

$$d = 10\text{см} = 0,1\text{м}$$

$$r_1 = 5\text{см} = 0,05\text{м}$$

$$r_2 = 12\text{см} = 0,12\text{м}$$

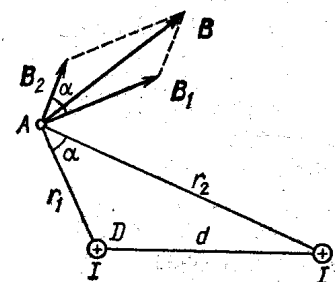
$B$ -?

*Шешуі:*  $A$  нүктесіндегі  $\vec{B}$  магнит индукциясын табу үшін магнит өрістерінің суперпозиция принципін қолданамыз. Ол үшін тогы бар өткізгіштердің әрқайсысы жеке тудырған  $\vec{B}_1$  және  $\vec{B}_2$  өріс индукцияларының бағытын анықтап

және олардың геометриялық қосындысын жазамыз:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

$\vec{B}$  векторының модульін косинустар теоремасы бойынша табамыз:



5.1 –сурет

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}, \quad (5.1)$$

мұндағы  $\alpha$  –  $\vec{B}_1$  және  $\vec{B}_2$  векторларының арасындағы бұрыш.  $B_1$  және  $B_2$  сәйкесінше  $I$  ток күші және өткізгіштерден  $A$  нүктесіне дейінгі  $r_1$  және  $r_2$  қашықтықтар арқылы өрнектеледі:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_1}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_2}, \quad (5.2)$$

мұндағы  $\mu_0$  – магнит тұрақтысы,  $\mu$  – ортаның салыстырмалық магнит өтімділігі. Ауа үшін  $\mu=1$ .

$B_1$  және  $B_2$  өрнектерін (5.1) формуласына қойып және  $\mu_0 I / 2\pi$  түбір астынан шығарып, мынаны табамыз

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha} \quad (5.3)$$

$\cos \alpha$  есептейік.  $\angle \alpha = \angle DAC$  екенін көріп, косинустар теоремасы бойынша мынаны жазамыз

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha,$$

мұндағы  $d$  – өткізгіштердің ара қашықтығы. Осыдан

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}; \\ \cos \alpha &= \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}. \end{aligned}$$

(5.3) формуласына сандық мәндерін қоймас бұрын, бұл формуладағы физикалық шамалардың өлшем бірліктерін тексерейік:

$$[B] = \frac{\text{Гн}}{\text{м} \cdot \text{м}} \cdot A = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{А}} \cdot A = \text{Тл}.$$

(5.3) формуласына физикалық шамалардың сандық мәндерін қойып, есептеулер жүргіземіз:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{0,05^2} + \frac{1}{0,12^2} + \frac{2}{0,05 \cdot 0,12} \cdot \frac{23}{40}} \text{Тл} = 3,08 \cdot 10^{-4} \text{Тл} = 308 \text{мкТл}.$$

Жауабы: 308 мкТл.

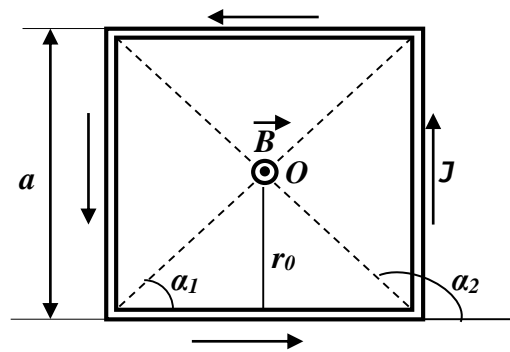
5.2.2 2 есеп. Қабырғалары  $a=10\text{см}$  тең квадрат түрінде иілген өткізгіштің бойымен  $I=100\text{А}$  ток күші өтіп жатыр. Квадрат диагональдарының қиылысу нүктесіндегі  $\vec{B}$  магнит индукциясын табыңдар.

Берілгені:  
 $I=100\text{А}$   
 $a=10\text{см}=0,1\text{м}$   


---

 $B=?$

Шешуі: Квадрат түріндегі орамды сызба жазықтығына орналастырайық (5.2 сурет). Магнит өрістерінің суперпозиция принципі бойынша квадрат түріндегі тогы бар орамның тудырған өрісінің  $\vec{B}$  магнит индукциясы, сол



5.2 -сурет

орамның әр қабырғасы жеке тудырған өрістердің магнит индукцияларының геометриялық қосындысына тең:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4. \quad (5.4)$$

Оң бұрғы ережесі бойынша квадраттың диагональдары қиылысатын нүктесіндегі барлық индукция векторлары орам жазықтығына перпендикуляр “бізге қарай” бағытталады. Және де, симметриялық суреттен, осы векторлардың абсолют мәндері бірдей екені белгілі:  $B_1 = B_2 = B_3 = B_4$ . Бұл (5.4) векторлық теңдеуін мынандай скаляр теңдеумен алмастыруға болатынын көрсетеді

$$B = 4B_1 \quad (5.5)$$

Тогы бар түзу өткізгіш бөлігінің тудыратын  $B_1$  магнит индукциясы мына формула бойынша өрнектеледі:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (5.6)$$

Вакуум және ауа үшін  $\mu = 1$ .

$\alpha_2 = \pi - \alpha_1$  және  $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$  екенін ескере отырып (5.6) формуласын мына түрде жазуға болады

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos \alpha_1.$$

$B_1$  –дің осы өрнегін (5.5) формуласына қойып, мынаны табамыз

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi r_0} \cos \alpha_1.$$

$r_0 = \frac{a}{2}$  және  $\cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ( $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$ ) екенін ескеріп, мынаны табамыз

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a} \quad (5.7)$$

Физикалық шамалардың өлшем бірліктерін тексерейік:

$$[B] = \frac{\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{А}}{\text{м}}}{\frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м}^2}} \cdot \text{А} = \text{Тл}$$

(5.7) формуласындағы физикалық шамалардың сандық мәндерін орындарына қойып, есептеулер жүргіземіз:

$$B = \frac{2\sqrt{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^2}{\pi \cdot 0,1} \text{Тл} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{Тл} = 1,13 \text{мТл}.$$

Жауабы: 1,13 мТл.

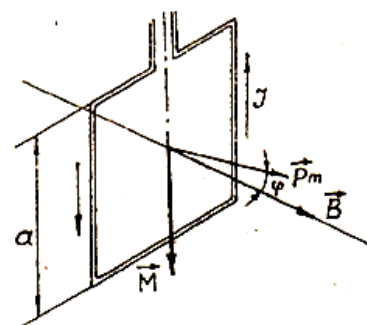
5.2.3 3- есеп. Қабырғасының ұзындығы  $a=10\text{см}$ , бойымен  $I=100\text{А}$  ток күші өтетін жазық квадрат контур біртекті магнит өрісінде орналасқан ( $B=1\text{Тл}$ ). Контурды қарама-қарсы қабырғаларының ортасы арқылы өтетін өске қатысты  $\varphi=90^\circ$  бұрышқа бұру кезінде сыртқы күштердің істеген  $A$  жұмысын анықтаңыз. Контурдың бұрышқа айналуы кезінде оның бойымен өтетін ток күші өзгермейді.

Берілгені:  
 $a=10\text{см}=0,1\text{м}$   
 $I=100\text{А}$   
 $B=1\text{Тл}$   
 $\varphi=90^\circ$   
 $A=?$

Шешуі: Магнит өрісіндегі тогы бар контурға күш моменті әсер ететіні белгілі

$$M = p_m B \sin \varphi, \quad (5.8)$$

мұндағы  $p_m = IS = Ia^2$  - контурдың магнит моменті;  $B$  - магнит индукциясы;  $\varphi$  -  $\vec{p}_m$  (контурға жүргізілген нормаль бойымен бағытталған) және  $\vec{B}$  векторлары арасындағы бұрыш.



5.3-сурет

Есептің шарты бойынша контур бастапқыда магнит өрісінде еркін орналасқан. Осы мезеттегі күш моменті нольге тең ( $M=0$ ), сондықтан  $\varphi=0$ , яғни  $\vec{p}_m$  және  $\vec{B}$  векторлары бағыттас. Егер күштер контурды тыныштық қалпынан шығаратын болса, онда контурды бастапқы қалпына әкелуге тырысатын күш моменті пайда болады. Осы моментке қарсы сыртқы күштер жұмыс істейтін болады. Күш моменті айнымалы болғандықтан ( $\varphi$  айналу бұрышына тәуелді), жұмысты есептеу үшін жұмыстың дифференциалдық түрдегі формуласын қолданамыз

$$dA = Md\varphi.$$

(5.8) формуласын ескере отырып, мынаны табамыз

$$dA = IBa^2 \sin \varphi d\varphi.$$

Осы өрнекті интегралдап, соңғы бұрышқа айналу кезіндегі жұмысты табамыз:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi d\varphi \quad (5.9)$$

$\varphi=90^0$  бұрышқа айналу кезіндегі жұмыс:

$$A = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = IBa^2 \left| -\cos \varphi \right|_0^{\pi/2} = IBa^2 \quad (5.10)$$

(5.10) формуласындағы өлшем бірліктерін тексереміз:

$$[A] = A \cdot Tл \cdot м^2 = A \cdot \frac{Н}{А \cdot м} \cdot м^2 = Нм = Дж$$

(5.10) теңдеуіне сандық мәндерін қойып, есептеулер жүргіземіз:

$$A = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 Дж = 1 Дж.$$

Жауабы: 1 Дж.

*Есепті басқа да тәсілмен шығаруға болады.*

Магнит өрісіндегі тогы бар контурдың орнын ауыстыру кезінде сыртқы күштердің істеген жұмысы контурдағы ток күші мен контур арқылы өтетін магнит ағыны өзгерісінің көбейтіндісіне тең:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2)$$

мұндағы  $\Phi_1$ - айналуға дейінгі контур арқылы өтетін магнит ағыны;  $\Phi_2$  – айналудан кейінгі контур арқылы өтетін магнит ағыны. Егер  $\varphi_1=0^0$  және  $\varphi_2=90^0$  болса, онда  $\Phi_1=BS$ ,  $\Phi_2=0$ . Осыдан,

$$A = IBS = IBa^2,$$

бұл формула (5.10) формуласымен сәйкес келеді.

5.2.4 **4 есеп.**  $U=400$  В үдеткіш потенциалдар айырмасын жүріп өткен электрон, кернеулігі  $H=10^3$  А/м біртекті магнит өрісіне ұшып кірген. Электронның магнит өрісіндегі траекториясының қисықтық радиусын анықтаңыз. Электрон жылдамдығының векторы өріс сызықтарына перпендикуляр.

Берілгені:  
 $U=400$ В  
 $H=10^3$ А/м  
 $\vec{v} \perp \vec{B}$

Шешуі: Электрон траекториясының қисықтық радиусын келесі түсініктемелер арқылы анықтаймыз: магнит өрісінде қозғалып бара жатқан электронға  $\vec{F}_L$  Лоренц күші әсер етеді (ауырлық күшінің әсері ескерілмейді). Лоренц күші жылдамдық векторына перпендикуляр, сондықтан ол электронға нормаль үдеу береді:

$R=?$

$$F_L = ma_n,$$

немесе

$$e v B \sin \alpha = \frac{m v^2}{R}, \quad (5.11)$$

мұндағы  $e$  – электронның заряды;  $v$  – электронның жылдамдығы;  $B$  – магнит индукциясы;  $m$  – электронның массасы;  $R$  – траекторияның қисықтық радиусы;  $\alpha$  - жылдамдық векторының бағыты мен  $\vec{B}$  векторы арасындағы бұрыш (бұл жағдайда  $\vec{v} \perp \vec{B}$  және  $\alpha=90^\circ$ ,  $\sin \alpha = 1$ ). (5.11) формуласынан мынаны табамыз

$$R = \frac{m v}{e B}. \quad (5.12)$$

(5.12) теңдеуіндегі  $m v$  импульсті электронның  $W_k$  кинетикалық энергиясы арқылы өрнектеуге болады.

$$m v = \sqrt{2 m W_k} \quad (5.13)$$

$U$  үдеткіш потенциалдар айырмасын жүріп өткен электронның кинетикалық энергиясы  $W_k = e U$  теңдеуімен анықталады. Осы өрнекті (5.13) формуласына қойып, мынаны табамыз

$$m v = \sqrt{2 m e U}. \quad (5.14)$$

$B$  магнит индукциясын вакуумдегі магнит өрісінің  $H$  кернеулігі арқылы өрнектеуге болады

$$B = \mu_0 H, \quad (5.15)$$

мұндағы  $\mu_0$  – магнит тұрақтысы.



Табылған (5.14) және (5.15) өрнектерін (5.12) формуласына қойып, электрон траекториясының қисықтық радиусын анықтаймыз:

$$R = \frac{\sqrt{2meU}}{\mu_0 e H} \quad (5.16)$$

Табылған формулаға сәйкес физикалық шамалардың өлшем бірліктерін тексереміз:

$$[R] = \frac{(\text{кг} \cdot \text{Кл} \cdot \text{В})^{1/2}}{(\text{Гн/м}) \cdot \text{Кл} \cdot (\text{А/м})} = \frac{\text{кг}^{1/2} \text{Дж}^{1/2} \text{м}^2}{\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} \cdot \text{Кл} \cdot \text{А}} = \frac{\text{кг}^{1/2} \left( \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} \right)^{1/2} \text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{Кл} \cdot \text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2} = \text{м}$$

$R$  өлшем бірлігі  $\text{м}$  болғандықтан, табылған формула дұрыс деп айта аламыз.

(5.16) формуласына кіретін барлық шамаларды ХБ жүйесіне сәйкес өрнектейміз:

$m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{кг}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{Кл}$  (1-кесте бойынша);  $U = 400 \text{В}$ ;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн/м}$ ;  $H = 10^3 \text{А/м}$ . Бұл шамаларды (5.16) формуласына қойып, есептеулер жүргіземіз:

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 400}}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3} \text{м} = 5,37 \cdot 10^{-2} \text{м} = 5,37 \text{см.}$$

Жауабы: 5,37 см.

**5.2.5 5 есеп.** Біртекті магнит өрісінде ( $B=0,1 \text{Тл}$ ) бір-бірімен тығыз орналасқан  $N=1000$  орамнан тұратын рамка бірқалыпты  $n=10\text{с}^{-1}$  жиілікпен айналады. Рамканың  $S$  ауданы  $150 \text{см}^2$  тең. Рамканың  $30^\circ$  айналу бұрышына сәйкес келетін  $\mathcal{E}_i$  индукция ЭҚК-ің лездік мәнін анықтаңыздар.

*Берілгені:*

$B=0,1 \text{Тл}$

$n=10\text{с}^{-1}$

$S=150 \text{см}^2=1,5 \cdot 10^{-2} \text{м}^2$

$N=1000$

$\varphi=30^\circ$

$\mathcal{E}_i=?$

*Шешуі:* Индукция ЭҚК-ің лездік мәні электромагниттік индукцияға арналған Фарадей-Ленц заңы бойынша анықталады:

$$\mathcal{E}_i = - d\psi / dt, \quad (5.17)$$

мұндағы  $\psi$  - ағын ілінісі.

Ағын ілінісі  $\psi$  магнит ағыны  $\Phi$  және  $N$  орамдар санымен мына қатынас арқылы байланысқан

$$\psi = N\Phi. \quad (5.18)$$

$\psi$  өрнегін (5.17) формуласына қойып, мынаны табамыз

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (5.19)$$

$t$  уақыт мезетінде айналып тұрған рамканы тесіп өтетін  $\Phi$  магнит ағыны мына қатынас арқылы анықталады

$$\Phi = BS \cos \omega t,$$

мұндағы  $B$  – магнит индукциясы;  $S$  – рамканың ауданы;  $\omega$  - циклдік жиілік.

(5.19) формуласына  $\Phi$  өрнегін қойып және алынған өрнекті уақыт бойынша дифференциалдап, индукция ЭҚК-нің лездік мәнін анықтаймыз:

$$\varepsilon_i = NBS \omega \sin \omega t \quad (5.20)$$

$\omega$  циклдік жиілігі  $n$  айналу жиілігімен  $\omega = 2\pi n$  мына қатынас арқылы байланысқан.  $\omega$  өрнегін (5.20) формуласына қойып және  $\omega t$ -ны  $\varphi$ -мен алмастырып, мынаны табамыз

$$\varepsilon_i = 2\pi n N \cdot B \cdot S \sin \varphi.$$

Соңғы формуладағы физикалық шамалардың өлшем бірліктерін тексереміз:

$$[\varepsilon_i] = c^{-1} \cdot T \cdot l \cdot m^2 = c^{-1} \cdot \frac{B \cdot c}{m^2} \cdot m^2 = B$$

Есептеулер жүргіземіз:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 B = 47,1 B.$$

Жауабы: 47,1 В.

